Aufgaben – Mathematik II (ET) – FHTW-Berlin

Serie 01

1. *Zahlenmengen*. Untersuchen Sie die Menge

$$M = \left\{ x \,\middle|\, x = 2 + \frac{n(n+1)}{(n+2)(n+3)}\, , \; n \in N \backslash \{0\} \right\} \tag{1}$$

   hinsichtlich ihrer Schranken, Grenzen und Extrema.

2. *Funktionen*. Untersuchen Sie die beiden Funktionen

$$f_1(x) = \tan x \tag{2}$$

$$f_2(x) = x^4 \tag{3}$$

   hinsichtlich ihrer Schranken, Grenzen und Extrema (keine Kurvendiskussion).

3. *Bestimmtes Integral*. Aufgrund welcher hinreichenden Bedingung ist die Existenz von

$$I = \int_a^b x \, \mathrm{d}x \tag{4}$$

   für beliebige reelle Zahlen a und b gesichert?

   Wählen Sie eine geeignete Zerlegung des Integrationsintervalls $[a, b]$ in n Teilintervalle und geeignete Stellen ξ_i, um schließlich durch Grenzübergang in der zugehörigen RIEMANNschen Summe den Wert von I zu berechnen! Hinweis: Es gilt

$$\sum_{i=0}^{n} i = \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}. \tag{5}$$

   Warum genügt es, zur Berechnung von I nur eine einzige Zerlegung durchzuführen, obwohl in der Definition des bestimmten Integrals von „für jede Zerlegung“ gesprochen wird?

4. *Bestimmtes Integral*. Begründen Sie die Existenz von

$$\int_a^b (3 + 2x) \, \mathrm{d}x \tag{6}$$

   für alle reellen Zahlen a und b! Berechnen Sie unter Verwendung des Ergebnisses der letzten Aufgabe den Wert des Integrals.