Aufgaben – Mathematik II (ET) – FHTW-Berlin

Serie 02

1. *Integration*. An einem ohmschen Widerstand R falle eine mit $T = 2\pi/\omega$ in der Zeit periodische Spannung ab, welche für $\omega t \in (-\pi, \pi]$ gemäß

$$u(t) \quad = \quad \frac{\hat{U}}{\pi}\,\omega t \tag{1}$$

geschrieben werden kann (Sägezahn).

(a) Berechnen Sie den arithmetischen Mittelwert

$$\bar{p} \quad = \quad \frac{1}{T}\int\limits_{-T/2}^{T/2} p(t)\,\mathrm{d}t \tag{2}$$

der im Widerstand umgesetzten zeitabhängigen Leistung $p(t) = u^2(t)/R$!

(b) Berechnen Sie den quadratischen Mittelwert (Effektiv- oder RMS-Wert)

$$U_{\mathrm{eff}} \quad = \quad \sqrt{\frac{1}{T}\int\limits_{-T/2}^{T/2} u^2(t)\,\mathrm{d}t} \tag{3}$$

der zeitabhängigen Spannung $u(t)$ und das Verhältnis zwischen ihrem Maximal- und Effektivwert $\hat{U}/U_{\mathrm{eff}}$!

(c) Derselbe Widerstand R sei an einer Gleichspannungsquelle der Spannung $U_=$ betrieben; die umgesetzte Leistung beträgt dann $P_= = U_=^2/R$. Welchen Wert muß $U_=$ annehmen, damit der Leistungsumsatz jenem des Sägezahnfalles entspricht? Drücken Sie diesen Wert mit Hilfe von U_{eff} aus! Welche Bedeutung kommt folglich dem Effektivwert einer Spannung zu?

2. *Partielle Integration.* Ermitteln Sie jeweils eine Stammfunktion von

$$\text{(a)} \qquad f(y) = y^2 \sinh y, \tag{4}$$

$$\text{(b)} \qquad f(u) = u^2 \ln u, \tag{5}$$

$$\text{(c)} \qquad f(z) = z^3 \sin z. \tag{6}$$

3. *Partielle Integration.* Berechnen Sie

$$\int \mathrm{e}^{ax} \sin bx \,\mathrm{d}x. \tag{7}$$

4. *Substitution.* Berechnen Sie

$$\text{(a)} \qquad \int \frac{x\,\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2+1}}, \tag{8}$$

$$\text{(b)} \qquad \int\limits_2^4 \sqrt{1-(u-3)^2}\,\mathrm{d}u. \tag{9}$$