Serie 07

1. *Schwerpunkte*. Bestimmen Sie den Schwerpunkt der homogen mit Masse belegten Fläche, die durch den Graphen der Funktion

$$y = f(x) = 1 - \cos\, x \tag{1}$$

für $x \in [0, 2\pi]$ und der x-Achse begrenzt wird.

Lösung: $x_{\mathrm{m}} = \pi$, $y_{\mathrm{m}} = 3/4$

2. *Trägheitsmomente*. Betrachtet sei ein homogenes Drahtstück der Länge l und der Masse m, welches zu einem Kreis mit dem Radius R geformt wird. (Die Dicke des Drahtes sei wesentlich geringer als R, so daß der Draht als homogen mit Masse belegte Kurve betrachtet werden kann.)

   a) Bestimmen Sie das Trägheitsmoment J der beschriebenen Anordnung bezüglich ihrer Symmetrieachse (Durchmesser) in Abhängigkeit von m und R.

   b) Ändert sich das Trägheitsmoment, wenn der Draht alternativ zu einem Halbkreis geformt wird? (Die Rotationsachse verlaufe durch die Endpunkte des Drahtes.)

Lösung: $J_{\mathrm{a}} = \frac{1}{2}\, mR^2$

3. *Trägheitsmomente*. Berechnen Sie das Trägheitsmoment J einer homogenen Vollkugel der Masse m mit dem Radius R bezüglich ihrer Symmetrieachse.

Lösung: $J = \frac{2}{5}\, mR^2$

4. *Trägheitsmomente*. Berechnen Sie das Trägheitsmoment J einer homogenen Hohlkugel der Masse m mit dem Außenradius R und dem Innenradius r bezüglich ihrer Symmetrieachse.

Hinweis: Sie können integrieren, müssen es aber nicht.

Lösung: $J = \frac{2}{5}\, m\, \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}$

5. *Trägheitsmomente*. Berechnen Sie das Trägheitsmoment J einer dünnwandigen homogenen Hohlkugel der Masse m mit dem Radius R bezüglich ihrer Symmetrieachse. (Die Wandstärke sei wesentlich geringer als R, so daß die Hohlkugel als homogen mit Masse belegte Kugeloberfläche betrachtet werden kann.)

Hinweis: Sie können integrieren, müssen es aber nicht.

Lösung: $J = \frac{2}{3}\, mR^2$