

Serie 08

1. *Folgen.* Vorgelegt sei die Folge $\{x_\nu\}$ mit

$$x_\nu = \nu^2, \quad \nu = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

Beweisen Sie, daß $\{x_\nu\}$

- a) streng monoton wachsend,
- b) unbeschränkt und
- c) bestimmt divergent ist.

2. *Folgen.* Betrachtet sei die Folge $\{x_\nu\}$ mit

$$x_\nu = \frac{1}{\nu^2}, \quad \nu = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

Beweisen Sie, daß $\{x_\nu\}$ eine Nullfolge ist

- a) unter Verwendung der Grenzwertdefinition von Folgen sowie
- b) mittels geeigneter Grenzwertsätze für Folgen, wobei verwendet werden kann, daß $\{1/\nu\}$ eine Nullfolge ist.

3. *Reihen.* Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, daß für alle reellen Zahlen $q \neq 1$ gilt

$$\sum_{\nu=1}^n q^{\nu-1} = \frac{1 - q^n}{1 - q}. \quad (3)$$

4. *Reihen.* Berechnen Sie die folgende Summe

$$\sum_{\nu=0}^n q^\nu. \quad (4)$$

5. *Reihen.* Beweisen Sie die folgende Identität

$$\sum_{\nu=1}^n \nu = \frac{n(n+1)}{2}. \quad (5)$$

6. *Reihen.* Berechnen Sie

$$\sum_{\nu=0}^{n+1} \nu. \quad (6)$$