

Serie 09

1. Bestimmen Sie mittels partieller Integration eine Stammfunktion von $e^{ax} \cos bx$ für **alle** reellen Zahlen a und b (auch für $a = 0$ oder/und $b = 0$).

2. Berechnen Sie die reelle Zahl

$$\int_1^2 \frac{x^5 + 4x^3 + 7x^2 + 4x + 6}{x^4 + 2x^2} dx. \quad (1)$$

3. Ein Buchautor verspricht seinen Lesern, eine Prämie von 100 € für den ersten gemeldeten Fehler und für jeden weiteren die Hälfte der jeweils vorangegangenen Prämie zu zahlen.

- Geben Sie die Folge der Prämien an (mindestens 4 Glieder).
- Geben Sie die Folge der zugehörigen Partialsummen an.
- Wieviel kostet den Autor sein Versprechen im ungünstigsten Falle?

4. Gegeben seien die auf dem Intervall $[0, 2]$ definierten Funktionen

$$f(x) = 4x^2 - 8x + 5 \quad (2)$$

$$g(x) = 2. \quad (3)$$

- Skizzieren Sie die Graphen beider Funktionen auf ihrem Definitionsbereich und die durch diese Graphen begrenzte Fläche F .
- Berechnen Sie den Flächeninhalt von F .
- Berechnen Sie die Bogenlänge der durch f und $x \in [0, 2]$ definierten Kurve.
- Die Fläche F sei homogen mit Masse belegt; berechnen Sie ihren Schwerpunkt.
- Die Fläche F rotiere um die Achse $x = 1$. Berechnen Sie Volumen und Oberflächeninhalt (Mantel- und Grundfläche) des entstehenden Rotationskörpers.
- Die Fläche F sei homogen mit der Masse m belegt und rotiere um die Achse $x = 1$. Berechnen Sie ihr Trägheitsmoment.
- Zusatzaufgabe:* Berechnen Sie das Trägheitsmoment des o.g., homogen mit der Masse m belegten Rotationskörpers.

5. Entwickeln Sie die Funktion e^x in eine Taylorreihe um $x_0 = 1$.