

Serie 04

1. *Lineare Gleichungssysteme.* Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der Systeme

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 &= 12 \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 &= -1, \\ 4x_1 + 2x_2 - 4x_3 &= 8 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 &= 10 \\ 3x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 2x_4 &= -3 \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 &= 1 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 &= -1 \end{aligned} \quad (2)$$

2. *Determinanten.* Warum verschwindet die folgende Determinante?

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 & -6 \\ -3 & -6 & -7 & 9 \\ 7 & 14 & 4 & -21 \\ -9 & -16 & 3 & 27 \end{vmatrix} \quad (3)$$

3. *Rang einer Matrix.* Bestimmen Sie die Ränge folgender Matrizen

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -7 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & -1 & -8 & -6 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 4 & 0 & 1 \\ 7 & 1 & 0 & 2 & -1 & 4 & 5 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

4. *Lineare Gleichungssysteme.* Für welche $\lambda \in \mathbb{C}$ ist das folgende System lösbar?

$$\begin{aligned} x - 2y + 3z &= 1 \\ 2x + \lambda y + 6z &= 6 \\ -x + 3y + (\lambda - 3)z &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

5. *Determinanten.* Berechnen Sie die VANDERMONDESche Determinante

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \cdots & x_3^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^{n-1} \end{vmatrix}. \quad (7)$$