Serie 08

1. *Ungleichungen*. Lösen Sie die folgenden Ungleichungen ($x \in \mathbb{R}$):

$$\begin{aligned} \frac{x^2-9}{2x-1} &\leq 1, & (1)\\ |x-1| &< 2, & (2)\\ |x+2|+|x-4| &> 16. & (3)\end{aligned}$$

2. *Matrizen*. Zeigen Sie unter Verwendung der Additionstheoreme, daß

$$\begin{pmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} \cos 2x & -\sin 2x \\ \sin 2x & \cos 2x \end{pmatrix}. \tag{4}$$

3. *Analytische Geometrie*. Es sei g diejenige Gerade, welche durch die Punkte $P_0 = (1,1,0)$ und $P_1 = (0,1,1)$ verläuft. Berechnen Sie den Abstand zwischen $P_2 = (1,0,1)$ und g, die Hessesche Normalform der durch g und P_2 definierten Ebene E, sowie den Abstand des Ursprunges $O = (0,0,0)$ von E!

4. *Analytische Geometrie*. Bestimmen Sie den Durchstoßpunkt der Geraden

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \tag{5}$$

durch die Ebene

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{6}$$

5. *Analytische Geometrie*. Gegeben seien zwei Ebenen E_1

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{7}$$

und E_2

$$x + 2y + 2z + 3 = 0. \tag{8}$$

Zeigen Sie, daß die Ebenen nicht parallel zueinander sind, und geben Sie die Schnittgerade in Parameterform an!

6. *Polynome*. Sei

$$P(z) = z^5 + 2z^4 - 3z^3 + 4z^2 - 5z + 6. \tag{9}$$

Bestimmen Sie mit Hilfe des Hornerschen Schemas $P(2)$ und mittels Polynomdivision ein $Q(z)$ derart, daß gilt

$$P(z) = P(2) + (z-2)Q(z). \tag{10}$$

7. *Polynome*. Berechnen Sie alle Nullstellen von

$$P(z) = 2z^7 - 4z^6 + 2z^5 - 2z^4 + 4z^3 - 2z^2 \tag{11}$$

und stellen Sie $P(z)$ in reeller und komplexer Produktform dar! *Frohe Weihnacht!*