

Serie 09

1. *Ungleichungen.* Bestimmen Sie alle natürlichen Zahlen n , die der Ungleichung

$$\left| \frac{4}{n^2} \right| < \frac{1}{100} \quad (1)$$

genügen!

2. *Ungleichungen.* Es sei ϵ eine gegebene positive reelle Zahl. Welche natürlichen Zahlen n erfüllen die Ungleichung

$$\left| \frac{4}{n^2} \right| < \epsilon ? \quad (2)$$

3. *Analytische Geometrie.* Bestimmen Sie die HESSESche Normalform derjenigen Ebene, die von der Geraden

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \pi \\ \pi^2 \\ \pi^3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (3)$$

senkrecht durchstoßen wird und durch den Punkt $P = (4, 5, 6)$ verläuft.

4. *Polynome.* Bestimmen Sie die Koeffizienten eines Polynoms dritten Grades $P(z)$ mit den Nullstellen $-1, -2, -3$ und $P(2) = 10$. Gibt es mehrere derartige Polynome?
5. *Rationale Funktionen.* Führen Sie eine reelle **und** eine komplexe Partialbruchzerlegung für die folgende Funktion durch:

$$R(z) = \frac{z^3 + z^2 + 1}{(z^3 + z^2 - z - 1)(z^2 + 1)}. \quad (4)$$

6. *Monotonie.* Zeigen Sie, daß die Folge $\{x_n\}$ mit

$$x_n = \frac{n^2 - 1}{2n + 1} \quad (5)$$

streng monoton wachsend ist.

7. *Grenzwerte.* Zeigen Sie mit Hilfe der Definition des Grenzwertes einer Folge, daß

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 2}{n^2} = 2. \quad (6)$$