Serie 10

1. *Ungleichungen*. Bestimmen Sie die Lösungsmengen folgender Ungleichungen:

$$\frac{x+6}{x-2} > 2, \tag{1}$$

$$\frac{3x-6}{x-3} \le 1, \tag{2}$$

$$\frac{12-2x}{3x} < 2. \tag{3}$$

2. *Analytische Geometrie*. Liegen die Punkte $P_1 = (3, 0, 4)$, $P_2 = (1, 1, 1)$ und $P_3 = (-7, 5, -11)$ auf einer Geraden?

3. *Analytische Geometrie*. Liegen die Punkte $P_1 = (1, 1, 1)$, $P_2 = (3, 2, 0)$, $P_3 = (4, -1, 5)$ und $P_4 = (12, -4, 12)$ in einer Ebene?

4. *Analytische Geometrie*. Beschreiben Sie die *Strecke* zwischen den Punkten $P_1 = (1, 1, 1)$ und $P_2 = (1, 2, 3)$ analytisch!

5. *Folgen - Monotonie*. Zeigen Sie, daß die Folge $\{(-1)^n\}$ nicht monoton ist!

6. *Folgen - Monotonie*. Vorgelegt sei die Folge $\{x_n\} = \{n^2 - 8n + 12\}$. Geben Sie die Menge jener natürlichen Zahlen n an, für die gilt $x_{n+1} > x_n$.

7. *Folgen - Grenzwerte*. Untersuchen Sie mithilfe der Sätze über konvergente Folgen (Grenzwertsätze) das Konvergenzverhalten, und bestimmen Sie, sofern existent, die Grenzwerte für $n \to \infty$ für

$$x_n = 10n^2 - 3n^3 + 8n + 10, \tag{4}$$

$$x_n = n^2 + 1/n^2, \tag{5}$$

$$x_n = n\,\frac{2n^2 - 3n + 1}{3n^3 - 10n^2 - 1}, \tag{6}$$

$$x_n = \frac{1}{1 + 1/n}, \tag{7}$$

$$a_n = \frac{2(n-1)(n+2)(n^2+1)}{3(n^2-1)(n+1)(n-2)}. \tag{8}$$