Dr. Solyga – Mathematik II – Aufgaben – D2ET 1 – FHTW-Berlin – 2005-07-18

Klausur

1. *Extremwerte*. Die im Grundstromkreis im äußeren Widerstand R umgesetzte Leistung P beträgt bekanntlich

$$P(R) \quad = \quad \frac{U_0^2 R}{(R_\mathrm{i} + R)^2}, \tag{1}$$

wobei U_0 und R_i Konstanten des aktiven Zweipols bezeichnen. Zeigen Sie mittels Differentialrechnung, daß diese Leistung P bei einem gewissen Wert R_max des äußeren Widerstandes maximal wird, und berechnen Sie R_max und $P(R_\mathrm{max})$.

2. *Kurvendiskussion*. Diskutieren Sie die Funktion

$$f(x) \quad = \quad x\,\mathrm{e}^{-x^2}, \tag{2}$$

d.h. bestimmen Sie den Definitionsbereich von f, ihre singulären Punkte, ihre Nullstellen, die Nullstellen ihrer ersten Ableitung, ihre Monotonieintervalle, ihre relativen Extrema, die Nullstellen ihrer zweiten Ableitung, ihre Konvexitäts- und Konkavitätsintervalle, ihre Wendepunkte und ihre Asymptoten, und fertigen Sie eine aussagekräftige Skizze des Graphen von f an.

3. *Partielle Integration*. Berechnen Sie mittels partieller Integration für **alle** Werte der rellen Konstanten a und b (auch $a = 0$ oder/und $b = 0$) eine Stammfunktion von

$$f(x) \quad = \quad \mathrm{e}^{ax} \cosh bx. \tag{3}$$

4. *Geometrische Anwendung der Integralrechnung.* Gegeben seien die reelle Konstante R und die Funktion

$$y \quad = \quad f(x) \quad = \quad \begin{cases} R + x/2 & : \quad x \le 0 \\ \sqrt{R^2 - x^2} & : \quad x \ge 0 \end{cases}. \tag{4}$$

   a) Ermitteln Sie die beiden Nullstellen x_{01} und x_{02} der Funktion f, und skizzieren Sie ihren Graphen auf dem Intervall $[x_{01}, x_{02}]$.
   b) Skizzieren Sie die Fläche F, welche durch den Graphen von f und die x-Achse berandet wird, und berechnen Sie deren Inhalt A **mittels Integration**. Verifizieren Sie Ihr Ergebnis mithilfe bekannter Formeln.
   c) Berechnen Sie **mittels Integration** das Volumen **und** den Oberflächeninhalt des Rotationskörpers, der bei Rotation der unter Punkt 4b besprochenen Fläche F um die x-Achse entsteht. Verifizieren Sie Ihre Ergebnisse mithilfe bekannter Formeln.

5. *Differentialgleichungen*. Gegeben seien folgende Differentialgleichungen für $x(t)$

$$\ddot{x} + 2\dot{x} + 2x \quad = \quad \cos 2t, \tag{5}$$

$$\ddot{x} + 2\dot{x} + 2x \quad = \quad 0. \tag{6}$$

   a) Bestimmen Sie ein **reelles** Fundamentalsystem von (6).
   b) Geben Sie die allgemeine Lösung von (6) an.
   c) Bestimmen Sie eine **reelle** partikuläre Lösung von (5).
   d) Geben Sie die allgemeine Lösung von (5) an.

Zeit: 120 Minuten, **Punkte**: 10 pro Aufgabe, **Wiederholungsklausur**: 19. September 2005