Serie 03

1. *Ableitungen*. Beweisen Sie die Produktregel

$$[f(x)g(x)]' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \tag{1}$$

durch Auswertung des Differenzenquotienten der Funktion $h(x) = f(x)g(x)$. Unter welcher Voraussetzung gilt Gleichung (1)?

2. *Ableitungen*. Berechnen Sie mit Hilfe der Quotientenregel $(\tan x)'$.

3. *Ableitungen*. Berechnen Sie

$$\frac{\mathrm{d}\,(x^3 + 2x^2 + 3x + 4)}{\mathrm{d}x}, \tag{2}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\sum_{i=0}^{n} a_i x^i, \tag{3}$$

$$\frac{\mathrm{d}xt}{\mathrm{d}t}, \tag{4}$$

$$\frac{\mathrm{d}\,a\sin\omega t}{\mathrm{d}t}, \tag{5}$$

$$\frac{\mathrm{d}\,\mathrm{e}^{\sin\omega t}}{\mathrm{d}t}. \tag{6}$$

4. *Ableitungen*. Mittels Ableitung der Umkehrfunktion berechne man

   a) $(\sqrt[n]{x})', \quad n \in \mathbb{N}$,

   b) $(\arccos x)'$,

   c) $(\arctan x)'$.

5. *Ableitungen*. Die hyperbolischen Funktionen sind folgendermaßen definiert:

$$\sinh x := \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \tag{7}$$

$$\cosh x := \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \tag{8}$$

$$\tanh x := \frac{\sinh x}{\cosh x}, \tag{9}$$

$$\coth x := \frac{\cosh x}{\sinh x}. \tag{10}$$

Berechnen Sie die Ableitungen dieser vier Funktionen.