# Serie 04

1. *Ableitungen*. Ist die Funktion

$$f(x) = e^{|x|} \tag{1}$$

in $x_0 = 0$ differenzierbar?

2. *Ableitungen*. Mit Hilfe der Regel für die Ableitung der Umkehrfunktion leite man ab:

$$f(x) = \ln x, \tag{2}$$
$$f(x) = \operatorname{arsinh} x. \tag{3}$$

Anmerkung: Gilt $y = \sinh x$, so ist $x = \operatorname{arsinh} y$ (area sinus hyperbolicus).

3. *Ableitungen*. Man berechne $f'$:

$$f(y) = (1 - 2\sqrt{y})^2, \tag{4}$$
$$f(x) = x \operatorname{arsinh} x - \sqrt{x^2 + 1}, \tag{5}$$
$$f(x) = \ln \tan(x/2), \tag{6}$$
$$f(x) = \arccos(1/x). \tag{7}$$

4. *Ableitungen*. Es sei

$$f(x) = \begin{cases} -x^3, & \text{wenn} \quad x \le 0 \\ x^2, & \text{wenn} \quad x > 0 \end{cases} \tag{8}$$

Untersuchen Sie $f$, $f'$ und $f''$ hinsichtlich Stetigkeit und Differenzierbarkeit auf $\mathbb{R}$, und skizzieren Sie diese drei Funktionen auf $[-1, 1]$.

5. *Ableitungen*. Seien $a_{11}(x)$, $a_{12}(x)$, $a_{21}(x)$ und $a_{22}(x)$ differenzierbare Funktionen. Man zeige:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \begin{vmatrix} a_{11}(x) & a_{12}(x) \\ a_{21}(x) & a_{22}(x) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a'_{11}(x) & a_{12}(x) \\ a'_{21}(x) & a_{22}(x) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11}(x) & a'_{12}(x) \\ a_{21}(x) & a'_{22}(x) \end{vmatrix}. \tag{9}$$