

## Serie 08

1. *Arithmetik.* Beweisen Sie mithilfe der Definitionen der hyperbolischen Funktionen die folgenden Identitäten:

$$\operatorname{arsinh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}), \quad (1)$$

$$\operatorname{arcosh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}). \quad (2)$$

2. *Integration.* Verifizieren Sie

$$\int_0^1 \frac{dx}{4x^2 + 8x + 12} \approx 0.0601. \quad (3)$$

3. *Integration.* Gegeben seien nichtnegative ganze Zahlen  $m$  und  $n$ . Bestimmen Sie jeweils eine Stammfunktion zu den folgenden Funktionen:

$$\sin mx \sin nx, \quad (4)$$

$$\cos mx \cos nx, \quad (5)$$

$$\sin mx \cos nx \quad (6)$$

und berechnen Sie daraus

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin mx \sin nx \, dx, \quad (7)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos mx \cos nx \, dx, \quad (8)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin mx \cos nx \, dx. \quad (9)$$

Hinweis: Führen Sie Fallunterscheidungen durch ( $m \neq n$ ,  $m = n$ ,  $m = 0$ , ...).

4. *Uneigentliche Integrale.* Verifizieren Sie

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \pi, \quad (10)$$

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x}} = 2, \quad (11)$$

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}} = \frac{3}{2}. \quad (12)$$