

Serie 11

1. *Schwerpunkte.* Bestimmen Sie den Schwerpunkt der homogen mit Masse belegten Fläche, die durch den Graphen der Funktion

$$y = f(x) = 1 - \cos x \quad (1)$$

für $x \in [0, 2\pi]$ und der x -Achse begrenzt wird.

Lösung: $x_m = \pi, y_m = 3/4$

2. *Trägheitsmomente.* Betrachtet sei ein homogenes Drahtstück der Länge l und der Masse m , welches zu einem Kreis mit dem Radius R geformt wird. (Die Dicke des Drahtes sei wesentlich geringer als R , so daß der Draht als homogen mit Masse belegte Kurve betrachtet werden kann.)

- Geben Sie das Trägheitsmoment J_a des o.g. Rings bei Rotation um die durch seinen Mittelpunkt und senkrecht zur Ringebene verlaufende Achse.
- Bestimmen Sie das Trägheitsmoment J_b des Rings bei Rotation um die durch seinen Mittelpunkt und in der Ringebene verlaufende Achse (Durchmesser).
- Ändern sich die Trägheitsmomente, wenn der Draht alternativ zu einem Halbkreis geformt wird (Achsen wie oben)?

Lösung: $J_a = mR^2, J_b = \frac{1}{2} mR^2$

3. *Trägheitsmomente.* Berechnen Sie das Trägheitsmoment J eines homogenen Kreiszyllinders der Masse m mit dem Radius R und der Höhe h bezüglich seiner Symmetrieachse.

Lösung: $J = \frac{1}{2} mR^2$

4. *Differentialgleichungen.* Man berechne die allgemeine Lösung von

$$x' + \frac{2t}{1+t^2} x = \frac{1}{1+t^2}. \quad (2)$$

Lösung: $x(t) = (C + t)/(1 + t^2)$

5. *Differentialgleichungen.* Man berechne die Lösung des Anfangswertproblems

$$\dot{y} - 2ty = t, \quad (3)$$

$$y(0) = 1. \quad (4)$$

Lösung: $y(t) = (3e^{t^2} - 1)/2$