

## Serie 02

1. *Logik.* Aus den Axiomen der Addition und Multiplikation reeller Zahlen folgt:  
 „Das Produkt zweier reeller Zahlen verschwindet, wenn eine dieser Zahlen verschwindet.“ und  
 „Das Produkt zweier reeller Zahlen verschwindet nur dann, wenn wenigstens eine dieser Zahlen verschwindet.“
- Zerlegen Sie beide Sätze in jeweils drei Teilaussagen  $A$ ,  $B$  und  $C$  über reelle Zahlen  $x$ ,  $y$  und  $xy$ .
  - Geben Sie die formalen logischen Strukturen der Sätze an.
  - Wie lauten die Kontrapositionen der Sätze formal, und wie lauten sie sprachlich?
  - Geben Sie die Umkehrungen der Sätze formal und sprachlich an.
  - Geben Sie die Wahrheitswerte der Sätze, ihrer Kontrapositionen und ihrer Umkehrungen an!
2. *Logik.* Füllen Sie die folgende Wahrheitstabelle aus, und beweisen Sie damit die Äquivalenz der Aussagen  $[(A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)]$  und  $[(A \vee B) \Rightarrow C]$ .

$A$	$B$	$C$	$A \Rightarrow C$	$B \Rightarrow C$	$A \vee B$	$(A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)$	$(A \vee B) \Rightarrow C$
0	0	0					
0	0	1					
0	1	0					
0	1	1					
1	0	0					
1	0	1					
1	1	0					
1	1	1					

3. *Ungleichungen.* Bestimmen Sie die Lösungsmengen  $\mathbb{L}$  der Ungleichungen

$$\frac{1}{x+2} < \frac{1}{3-x}, \tag{1}$$

$$\frac{1}{|x-1|} - 2 < 0. \tag{2}$$

4. *Determinanten.* Berechnen Sie

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & -7 \\ 2 & 8 & 1 \\ 4 & 1 & -2 \end{vmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{vmatrix} \cos x & -r \sin x \\ \sin x & r \cos x \end{vmatrix}. \tag{3}$$

5. *Lineare Gleichungssysteme.* Bestimmen Sie die allgemeine und eine spezielle (partikuläre) Lösung des folgenden Systems:

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 &= 12 \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 &= -1 \\ 4x_1 + 2x_2 - 4x_3 &= 8 \end{aligned} \tag{4}$$