Dr. Solyga – Mathematik III – Aufgaben – D3ET 1 – FHTW-Berlin – 2006-02-08

Klausur

1. TAYLOR*reihen*. Entwickeln Sie durch wiederholte Differentiation die Funktion

$$f(x) = \sin x + \cos x \tag{1}$$

   in eine TAYLORreihe um $x = 0$, und bestimmen Sie den Konvergenzradius der Reihe!

2. LAPLACE*transformation*. Bestimmen Sie die LAPLACEtransformierte von

$$f(t) = t \cosh \alpha t \tag{2}$$

   entweder

   a) durch Auswertung des LAPLACEintegrals, wobei $\int x e^{ax} dx = \frac{(ax-1)e^{ax}}{a^2}$ als gegeben vorausgesetzt werden darf oder

   b) unter Verwendung gängiger Sätze über Transformationseigenschaften, wobei außer $\mathcal{L}\{\cos t\} = \frac{p}{p^2+1}$ und $\mathcal{L}\{e^{at}\} = \frac{1}{p-a}$ keine weitere Transformierte als bekannt anzunehmen ist.

   Hinweis: $2 \cosh x = e^x + e^{-x}$

3. *Lineare Systeme*. Man bestimme die Impulsantwort des durch die Differentialgleichung

$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 5y(t) = x(t) \tag{3}$$

   beschriebenen linearen Systems!

4. *Partielle Differentiation*. Für die Transformation zwischen räumlichen kartesischen Koordinaten (x, y, z) und elliptischen Zylinderkoordinaten (η, ψ, z) gilt

$$x = a \cosh \eta \cos \psi, \tag{4}$$
$$y = a \sinh \eta \sin \psi, \tag{5}$$
$$z = z. \tag{6}$$

   Man berechne die Funktionaldeterminante $\dfrac{\partial(x, y, z)}{\partial(\eta, \psi, z)}$!

5. *Extrema*. Bestimmen Sie das absolute Minimum von

$$f(x, y) = x^2 - xy + y^2 + 3y \tag{7}$$

   auf $\{(x, y)| - 2 \leq x \leq 0 \wedge -2 \leq y \leq 0\}$!

6. *Bereichsintegrale*. Berechnen Sie das Integral von $f(x, y) = x + y$ über jenen Bereich der x-y-Ebene, der durch den Polygonzug $(0, 0)$, $(0, 2)$, $(2, 0)$, $(0, 0)$ begrenzt wird!

   Zusatz: Verifizieren Sie Ihr Ergebnis, indem Sie das Problem geometrisch lösen!

Zeit: 120 Minuten
Unterlagen & Hilfsmittel: alles zugelassen außer Handys und PCs