Dr. Solyga – Mathematik III – Aufgaben – D3ET 1 – FHTW-Berlin – 2006-03-27

Wiederholungsklausur

1. TAYLOR*reihen*. Entwickeln Sie durch wiederholte Differentiation die Funktion

$$f(x) = \sin x - \cos x \tag{1}$$

in eine TAYLORreihe um $x = 0$, und bestimmen Sie den Konvergenzradius der Reihe!

2. LAPLACE*transformation*. Bestimmen Sie die LAPLACEtransformierte von

$$f(t) = t^2 \cosh \alpha t \tag{2}$$

entweder

a) durch Auswertung des LAPLACEintegrals, wobei $\int x^2 e^{ax} dx = \frac{(a^2x^2-2ax+2)e^{ax}}{a^3}$ als gegeben vorausgesetzt werden darf oder

b) unter Verwendung gängiger Sätze über Transformationseigenschaften, wobei außer $\mathcal{L}\{\cos t\} = \frac{p}{p^2+1}$ und $\mathcal{L}\{e^{at}\} = \frac{1}{p-a}$ keine weitere Transformierte als bekannt anzunehmen ist.

Hinweis: $2\cosh x = e^x + e^{-x}$

3. *Lineare Systeme*. Man bestimme die Impulsantwort des durch die Differentialgleichung

$$2\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 10y(t) = x(t) \tag{3}$$

beschriebenen linearen Systems!

4. *Partielle Differentiation*. Für die Transformation zwischen räumlichen kartesischen Koordinaten (x, y, z) und bipolaren Zylinderkoordinaten (η, ψ, z) gilt

$$x = \frac{a \sinh \eta}{\cosh \eta - \cos \psi}, \tag{4}$$

$$y = \frac{a \sin \psi}{\cosh \eta - \cos \psi}, \tag{5}$$

$$z = z. \tag{6}$$

Man berechne die Funktionaldeterminante $\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(\eta, \psi, z)}$!

5. *Extrema*. Bestimmen Sie das absolute Minimum von

$$f(x,y) = x^2 - xy + y^2 - 3y \tag{7}$$

auf $\{(x,y)|0 \le x \le 2 \wedge 0 \le y \le 2\}$!

6. *Bereichsintegrale*. Berechnen Sie das Integral von $f(x,y) = x - y$ über jenen Bereich der x-y-Ebene, der durch den Polygonzug $(0,0)$, $(2,0)$, $(0,-2)$, $(0,0)$ begrenzt wird!

Zusatz: Verifizieren Sie Ihr Ergebnis, indem Sie das Problem geometrisch lösen!

Punkte: 10 pro Aufgabe, **Zeit**: 120 Minuten
Unterlagen & Hilfsmittel: alles zugelassen außer Handys und PCs