Serie 01

1. *Differentialgleichungen*. Bestimmen Sie für alle Werte der reellen Konstanten δ (Dämpfung des Systems) und ω_0 (Eigenfrequenz des ungedämpften Systems) die allgemeine Lösung der linearen Differentialgleichung (homogene Schwingungsgleichung)

$$\ddot{u}(t) + 2\delta\dot{u}(t) + \omega_0^2 u(t) \quad = \quad 0. \tag{1}$$

Hinweis: Verwenden Sie bei der Rechnung die praktische Konstante $\omega_\mathrm{e} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ (Eigenfrequenz des gedämpften Systems), und unterscheiden Sie die üblichen drei Fälle:

   a) $\omega_\mathrm{e}^2 > 0$: Schwingungsfall,
   b) $\omega_\mathrm{e}^2 = 0$: aperiodischer Grenzfall,
   c) $\omega_\mathrm{e}^2 < 0$: Kriechfall.

2. *Variation der Parameter*. Bestimmen Sie mittels Variation der Parameter für alle Werte der reellen Konstanten ω (Anregungsfrequenz) und U (Anregungsamplitude) eine partikuläre Lösung der Gleichung

$$\ddot{u}(t) + 2\delta\dot{u}(t) + \omega_0^2 u(t) \quad = \quad U\cos\omega t. \tag{2}$$

Hinweis: Es sind zwei Fälle zu unterscheiden:

   a) $\omega^2 \neq \omega_\mathrm{e}^2$: Anregung jenseits der Eigenfrequenz,
   b) $\omega^2 = \omega_\mathrm{e}^2$: Anregung auf der Eigenfrequenz.

3. Laplace-*Transformation*. Bestimmen Sie für alle Werte der reellen Konstanten ω die Laplace-Transformierte von

$$f(t) \quad = \quad \sin\omega t \tag{3}$$

mittels

   a) Auswertung des zugehörigen Laplace-Integrals,
   b) Verwendung der bekannten Formel $\mathcal{L}\{\mathrm{e}^{at}\} = 1/(p-a)$ und der Linearität der Laplace-Transformation,
   c) Verwendung der bekannten Formel $\mathcal{L}\{\cos\omega t\} = p/(p^2 + \omega^2)$ und dem Satz über die Transformierte der Stammfunktion und
   d) Verwendung der bekannten Formel $\mathcal{L}\{\cos\omega t\} = p/(p^2 + \omega^2)$ und dem Satz über die Transformierte der Ableitung.