Serie 06

1. TAYLOR*reihen*. Berechnen Sie die ersten vier Glieder der TAYLORreihe von

$$f(x) = \frac{x-2}{x^2-2x+1}. \tag{1}$$

bezüglich $x_0 = 2$.

Lösung: $(x-2) - 2(x-2)^2 + 3(x-2)^3 \mp \ldots$

2. TAYLOR*reihen*. Entwickeln Sie $\sin x$ in eine TAYLORreihe um $x = 0$, und bestimmen Sie den Konvergenzradius der Reihe!

Lösung: Bronstein, Göhler, ...

3. FOURIER*reihen*. Ein RC-Tiefpaß, Abbildung 1, wird mit einer T-periodischen Rechteck-

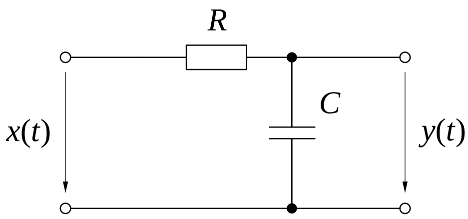

Abbildung 1: RC-Tiefpaß

spannung gespeist. Die Eingangsspannung $x(t)$ möge eine Amplitude U und eine Impulsbreite vT besitzen:

$$x(t) = \begin{cases} 0 & : \quad -T/2 < t < -vT/2 \\ U & : \quad -vT/2 \le t \le vT/2 \\ 0 & : \quad vT/2 < t < T/2 \end{cases} \tag{2}$$

Für das Tastverhältnis v gelte $v \in (0,1)$; wie üblich sei $\omega = 2\pi/T$.

a) Bestimmen Sie den eingeschwungenen Zustand $y_H(t)$ der Ausgangsspannung bei Erregung des Tiefpasses durch eine Spannung $x_H(t) = U_0 \cos \omega t$!

b) Entwickeln Sie $x(t)$ aus (2) in eine FOURIERreihe!

c) Bestimmen Sie den eingeschwungenen Zustand $y(t)$ der Ausgangsspannung bei Erregung des Tiefpasses durch eine periodische Rechteckspannung $x(t)$ gemäß (2)!

Lösungen:

$$y_H(t) = \frac{U_0(\cos \omega t + \omega RC \sin \omega t)}{1 + (\omega RC)^2} \tag{3}$$

$$x(t) = vU\left(1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\pi v}{n\pi v} \cos n\omega t\right) \tag{4}$$

$$y(t) = vU\left(1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\pi v}{n\pi v} \frac{\cos n\omega t + n\omega RC \sin n\omega t}{1 + (n\omega RC)^2}\right) \tag{5}$$