Dr. Solyga – Mathematik III – Aufgaben – D3ET 1 – FHTW-Berlin – 2005-12-06

Serie 07

1. FOURIER*reihen*. Bestimmen Sie die reelle und die komplexe FOURIERreihe von

$$x(t) = \begin{cases} -U & : & -T/2 < t < -\theta T/2 \\ U & : & -\theta T/2 \le t \le \theta T/2 \\ -U & : & \theta T/2 < t < T/2 \end{cases} \tag{1}$$

   für $T > 0$ und $\theta \in (0, 1)$. Ersetzen Sie im Ergebins T durch $2\pi/\omega$.

2. *Funktionen mehrerer Veränderlicher*. Man berechne die partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung von

$$f(x, y) = x \arctan y, \tag{2}$$
$$f(x, y) = x^2 y + x \cos y \tag{3}$$

   und verifiziere jeweils den Satz von SCHWARZ!

3. *Funktionen mehrerer Veränderlicher*. Bestimmen Sie das absolute Maximum von

$$f(x, y) = x^3 - 4x^2 + 2xy - y^2 \tag{4}$$

   auf dem Bereich

$$\mathbb{D} = \Big\{(x, y) \mid x \in [-5, 5] \wedge y \in [-1, 1]\Big\}. \tag{5}$$

   Lösung: 34 in $(5, 1)$

4. *Funktionen mehrerer Veränderlicher*. Man verifiziere, daß das *logarithmische Potential*

$$f(x, y) = \ln \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \tag{6}$$

   auf seinem Definitionsbereich der zweidimensionalen LAPLACEgleichung

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0 \tag{7}$$

   genügt!

5. *Funktionen mehrerer Veränderlicher*. Seien c eine Konstante und g und h beliebige, zweimal stetig differenzierbare Funktionen einer Veränderlichen. Zeigen Sie, daß die Funktion

$$f(x, t) = g(x + ct) + h(x - ct) \tag{8}$$

   eine Lösung der eindimensionalen homogenen Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \tag{9}$$

   darstellt!