Dr. Solyga – Mathematik III – Aufgaben – D3ET 1 – FHTW-Berlin – 2005-12-27

Serie 08

1. *Funktionen mehrerer Veränderlicher*. Man berechne die relativen Extrema von

$$f(x,y) = x^2 - xy + y^2 - 3y + 5 \tag{1}$$

in $\mathbb{R}^2$!

Lösung: $f(1,2) = 2$ ist relatives Minimum i.e.S.

2. *Funktionen mehrerer Veränderlicher*. Man berechne das absolute Maximum von

$$f(x,y) = -3x^2 + \sqrt{12}xy - y^2 \tag{2}$$

im Einheitskreis!

Lösung: $f(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\sqrt{3}) = 0$

3. *Funktionaldeterminanten*. Für die Transformation zwischen ebenen kartesischen Koordinaten (x,y) und Polarkoordinaten (r,ϕ) gilt

$$x = r\cos\phi, \tag{3}$$
$$y = r\sin\phi. \tag{4}$$

Man berechne $\frac{\partial(x,y)}{\partial(r,\phi)}$!

4. *Funktionaldeterminanten*. Für die Transformation zwischen räumlichen kartesischen Koordinaten (x,y,z) und Kreiszylinderkoordinaten (r,ϕ,z) gilt

$$x = r\cos\phi, \tag{5}$$
$$y = r\sin\phi, \tag{6}$$
$$z = z \tag{7}$$

Man berechne $\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(r,\phi,z)}$!

5. *Funktionaldeterminanten*. Für die Transformation zwischen räumlichen kartesischen Koordinaten (x,y,z) und Kugelkoordinaten (r,θ,ϕ) gilt

$$x = r\sin\theta\cos\phi, \tag{8}$$
$$y = r\sin\theta\sin\phi, \tag{9}$$
$$z = r\cos\theta. \tag{10}$$

Man berechne $\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(r,\theta,\phi)}$!

6. *Funktionen mehrerer Veränderlicher*. Sei $F(x,y) = xe^y - ye^x + x$, $(x,y) \in \mathbb{R}^2$. Prüfen Sie, ob $F(x,y) = 0$ in einer Umgebung von $(0,0)$ nach y auflösbar ist, und berechnen Sie ggf. $y'(0)$ und $y''(0)$!