

Serie 05

1. *Ableitungen.* Führen Sie eine Kurvendiskussion durch für

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 5, \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}. \quad (2)$$

2. *Bestimmte Integrale.* Seien a, b reelle Zahlen. Bestimmen Sie die reelle Zahl

$$I = \int_a^b x \, dx \quad (3)$$

mittels Zerlegung von $[a, b]$ in n Teilintervalle, geeignete Wahl der Stellen ξ_i und anschließendem Grenzübergang $n \rightarrow \infty$ in der RIEMANNschen Summe.

Hinweis: $\sum_{i=0}^n i = n(n+1)/2$

3. *Bestimmtes Integral.* Welche Sätze sichern die Existenz von

$$\int_a^b (3 + 2x) \, dx \quad (4)$$

für alle reellen Zahlen a und b ? Berechnen Sie das bestimmte Integral unter Verwendung des Ergebnisses der letzten Aufgabe!

4. *Bestimmtes Integral.* Seien a, b reelle Zahlen. Berechnen Sie

$$\int_a^b x^2 \, dx! \quad (5)$$

5. *Bestimmtes Integral.* Nach dem Mittelwertsatz der Integralrechnung existiert für jede auf $[a, b]$ stetige Funktion f eine Zahl $\theta \in (0, 1)$, so daß

$$\int_a^b f(x) \, dx = (b-a)f[a + \theta(b-a)]. \quad (6)$$

Bestimmen Sie eine derartige Zahl θ für $f(x) = x^2$, $a = -1$ und $b = 2$.

Zusatz: Bestimmen Sie θ für $f(x) = x^2$ und beliebige Zahlen a, b !

6. *Unbestimmtes Integral.* Bestimmen Sie alle Stammfunktionen von $\sin x$, $\cos x$, $\sinh x$ und $\cosh x$!