

## Serie 10

1. *Extrema.* Gegeben seien die Zahlen  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Bestimmen Sie eine Zahl  $x$  derart, daß die Summe der Abweichungsquadrate  $(x_1 - x)^2 + (x_2 - x)^2 + \dots + (x_n - x)^2$  minimal wird.
2. *Extrema.* Zerlegen Sie die Zahl 8 in zwei Summanden derart, daß die Summe ihrer Kuben minimal ist!

Lösung:  $4 + 4$

3. *Schwerpunkte.* Bestimmen Sie den Schwerpunkt der homogen mit Masse belegten Fläche, die durch den Graphen der Funktion

$$y = f(x) = 1 - \cos x \quad (1)$$

für  $x \in [0, 2\pi]$  und der  $x$ -Achse begrenzt wird.

Lösung:  $x_m = \pi, y_m = 3/4$

4. *Schwerpunkte.* Bestimmen Sie den Schwerpunkt der homogen mit Masse belegten Kurve

$$y = f(x) = x^2 \quad (2)$$

mit  $x \in [0, 1]$ .

Lösung:  $x_m = \frac{5\sqrt{5}-1}{12s} \approx 0.5736, y_m = \frac{18\sqrt{5}-\ln(2+\sqrt{5})}{64s} \approx 0.41, s = \frac{2\sqrt{5}+\ln(2+\sqrt{5})}{4} \approx 1.479$

5. *Differentialgleichungen.* Berechnen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x'(t) = x(t). \quad (3)$$

6. *Differentialgleichungen.* Man berechne die allgemeine Lösung von

$$x' + \frac{2t}{1+t^2}x = \frac{1}{1+t^2}. \quad (4)$$

Lösung:  $x(t) = (C + t)/(1 + t^2)$

7. *Differentialgleichungen.* Man berechne die Lösung des Anfangswertproblems

$$\dot{y} - 2ty = t, \quad (5)$$

$$y(0) = 1. \quad (6)$$

Lösung:  $y(t) = (3e^{t^2} - 1)/2$