Klausur

1. *Ungleichungen*. Berechnen Sie die Lösungenmengen folgender Ungleichungen ($x \in \mathbb{R}$):

   a) $\dfrac{2x+4}{2x-4} \geq -1$ **[3]**

   b) $\dfrac{x^2-4}{2x+4} \leq -1$ **[3]**

   c) $|x+1| + |x-1| < 3$ **[4]**

2. *Komplexe Zahlen*.

   a) Seien $z_1 = 2 - \mathrm{j}$ und $z_2 = 1 + \mathrm{j}$. Berechnen Sie $z_1 z_2$, $z_1 z_1^*$, z_1/z_2 und $\sqrt{z_1}$! **[4]**

   b) Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen von $z^2 + 5 = 4z$! **[3]**

   c) Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen von $z^3 + 8 = 0$! **[3]**

3. *Lineare Gleichungssysteme*. Für welche Werte des komplexen Parameters λ hat das folgende System eine nichttriviale Lösung? **[10]**

$$\begin{array}{rcrcrcl} \lambda x & + & y & - & z & = & 0 \\ x & + & \lambda y & + & z & = & 0 \\ -x & + & y & + & \lambda z & = & 0 \end{array}$$

4. *Lineare Algebra*. Gegeben seien die Vektoren

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

   a) Zeigen Sie, daß das System $\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4\}$ linear unabhängig ist! **[5]**

   b) Stellen Sie $\mathbf{b}$ als Linearkombination von $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4$ dar! **[5]**

5. *Analytische Geometrie*. Eine Ebene E verlaufe durch die Punkte $P_0 = (1, 2, 3)$, $P_1 = (3, 2, 1)$ und $P_2 = (2, 3, 4)$.

   a) Geben Sie die Ebenengleichung von E in Hessescher Normalform an! **[5]**

   b) Berechnen Sie den Abstand des Punktes $P_3 = (3, 3, 3)$ von der Ebene E! **[5]**

6. *Partialbruchzerlegung*. Führen Sie eine relle **und** komplexe Partialbruchzerlegung für folgende Funktion durch: **[10]**

$$R(z) = \frac{-2z^4 + z^3 + z - 2}{z^5 - z^4 + z^3 - z^2}$$

Zeit: 90 Minuten
Unterlagen & Hilfsmittel: alles zugelassen außer Handys und programmierbaren Rechnern
Zweitklausur: 27. September 2012, 08.00-10.00 Uhr