

Serie 02

1. *Logik.* Aus den Axiomen der Addition und Multiplikation reeller Zahlen folgt:
 „Das Produkt zweier reeller Zahlen verschwindet, wenn eine dieser Zahlen verschwindet.“ und
 „Das Produkt zweier reeller Zahlen verschwindet nur dann, wenn wenigstens eine dieser Zahlen verschwindet.“
- Zerlegen Sie beide Sätze in jeweils drei Teilaussagen A , B und C über reelle Zahlen x , y und xy .
 - Geben Sie die formalen logischen Strukturen der Sätze an.
 - Wie lauten die Kontrapositionen der Sätze formal, und wie lauten sie sprachlich?
 - Geben Sie die Umkehrungen der Sätze formal und sprachlich an.
 - Geben Sie die Wahrheitswerte der Sätze, ihrer Kontrapositionen und ihrer Umkehrungen an!
2. *Logik.* Füllen Sie die folgende Wahrheitstabelle aus, und beweisen Sie damit die Äquivalenz der Aussagen $[(A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)]$ und $[(A \vee B) \Rightarrow C]$.

A	B	C	$A \Rightarrow C$	$B \Rightarrow C$	$A \vee B$	$(A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)$	$(A \vee B) \Rightarrow C$
0	0	0					
0	0	1					
0	1	0					
0	1	1					
1	0	0					
1	0	1					
1	1	0					
1	1	1					

3. *Ungleichungen.* Bestimmen Sie die Lösungsmengen $\mathbb{L} \subseteq \mathbb{R}$ der Ungleichungen

$$\frac{1}{x+2} < \frac{1}{3-x}, \tag{1}$$

$$\frac{1}{|x-1|} - 2 < 0. \tag{2}$$

- Komplexe Zahlen.* Gegeben seien $z_1 = 1 - 2j$ und $z_2 = 4 + 3j$. Berechnen Sie $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 z_2$, z_1 / z_2 , z_2 / z_1 , z_1^* , z_2^* , sowie z_1^* / z_2^* und z_2^* / z_1^* .
- Komplexe Zahlen.* Gegeben seien $z_1 = 3\sqrt{3} - 3j$ und $z_2 = -3 - 3j$. Berechnen Sie z_1^3 / z_2^4 , und stellen Sie z_1 und z_2 in Exponentialform dar.
- Komplexe Zahlen.* Vereinfachen Sie unter Verwendung der EULERSCHEN Formel die (bei reellem x) reellwertigen Terme $(e^{jx} + e^{-jx})/2$ und $(e^{jx} - e^{-jx})/(2j)$.
- Ungleichungen.* Welche Punkte z auf der reellen Zahlengeraden und welche in der komplexen Ebene lösen die Ungleichung $|z| < 1$?
- Wurzeln.* Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen von $z^4 = 16$.