Serie 09

1. *Vektorrechnung*. Zeigen Sie, daß zwischen dem Spatprodukt beliebiger Vektoren $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \in E_3$ und ihren Koordinaten a_i, b_i, c_i bezüglich eines orthonormierten Rechtssystems der folgende Zusammenhang besteht:

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} \quad = \quad \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \tag{1}$$

2. *Determinanten*. Beweisen Sie die folgende Identität:

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \quad = \quad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \tag{2}$$

3. *Analytische Geometrie*. In der Ebene verlaufe eine Gerade g durch die Punkte $(0; 1)$ und $(1; 2)$. Beschreiben Sie diese Gerade mittels Parameterform, Geradengleichung und deren Hessescher Normalform!

4. *Analytische Geometrie*. Man berechne den Abstand des Punktes $P_1 = (3, -3)$ von der Geraden, die durch die Punkte $P_2 = (1, 2)$ und $P_3 = (-1, 0)$ verläuft und überprüfe das Ergebnis durch Anfertigung einer Skizze!

   Lösung: $7/\sqrt{2} \approx 4.95$, negative Halbebene

5. *Analytische Geometrie*. Man berechne den Abstand des Punktes $P_1 = (3, -3, 3)$ von der durch $P_2 = (3, 1, 2)$, $P_3 = (-3, 2, 4)$ und $P_4 = (-1, 2, 3)$ verlaufenden Ebene!

   Lösung: 2, negativer Halbraum

6. *Analytische Geometrie*. Eine Ebene beinhalte den Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, schneide die x-Achse in $x = 1$ und die y-Achse in $y = 2$. Bestimmen Sie den Durchstoßpunkt der z-Achse durch diese Ebene und ihren Schnittwinkel mit der x-y-Ebene!

   Lösung: $z = -2/3$, $\phi \approx 0.64 \approx 36.7°$