

Klausur

1. *Kombinatorik.* Einem aus 24 verschiedenen Karten bestehenden Spiel werden drei Karten entnommen und nebeneinander aufgedeckt. Wieviel verschiedene Muster können dabei entstehen? [10]

2. *Wahrscheinlichkeitsrechnung.* Beim dreimaligen Wurf einer homogenen Münze sind folgende acht gleichwahrscheinlichen Elementarereignisse möglich (K=Kopf, Z=Zahl): KKK, KKZ, KZK, KZZ, ZKK, ZKZ, ZZZ. Drei Zufallsvariablen X , Y und Z seien wie folgt definiert:

$$X = \text{„Anzahl der K beim ersten Wurf“}$$

$$Y = \text{„Anzahl der Z bei allen drei Würfeln“}$$

$$Z = X \cdot Y$$

- a) Geben Sie die möglichen Werte x_i für X , y_j für Y und z_k für Z an. [2]
- b) Bestimmen Sie für alle Werte von X und Y die Wahrscheinlichkeiten $p_{ij} = P(X = x_i, Y = y_j)$, die Randwahrscheinlichkeiten $p_{i\cdot} = P(X = x_i)$, $p_{\cdot j} = P(Y = y_j)$, und stellen Sie eine Verteilungstabelle auf. [2]
- c) Bestimmen Sie für alle Werte von Z die Wahrscheinlichkeiten $p_k = P(Z = z_k)$. [2]
- d) Berechnen Sie die Erwartungswerte μ_X, μ_Y, μ_Z und die Varianzen $\sigma_X^2, \sigma_Y^2, \sigma_Z^2$. [2]
- e) Berechnen Sie die Kovarianz σ_{XY} und den Korrelationskoeffizienten ρ_{XY} . [2]
3. *Wahrscheinlichkeitsrechnung.* Die Ergebnisse einer Längenmessung seien normalverteilt mit den Parametern $\mu = 25$ cm und $\sigma = 2$ cm. Geben Sie die Wahrscheinlichkeiten dafür an, daß ein Meßwert
- a) genau 25 cm beträgt, [3]
- b) im Bereich [24 cm, 27 cm] liegt, [3]
- c) kleiner als 20 cm bzw. [2]
- d) größer als 21 cm ausfällt. [2]

4. *Lineare Regression.* Bei experimentellen Untersuchungen der Schwerkraft auf dem Mond wurde zu verschiedenen Zeitpunkten t die vertikale Geschwindigkeit v eines frei fallenden Körpers gemessen. Die Messung lieferte vier Punkte der Form $(t; v)$ mit den Werten (0 s; 3,2 m/s), (1 s; 1,1 m/s), (2 s; 0,2 m/s) und (3 s; -1,5 m/s).

- a) Berechnen Sie die Werte $\bar{t}, \bar{v}, \sum_{i=1}^4 t_i^2, \sum_{i=1}^4 v_i^2$ und $\sum_{i=1}^4 t_i v_i$. [3]
- b) Berechnen Sie den Regressionskoeffizienten, und geben Sie die Gleichung der Regressionsgeraden an. [2]
- c) Skizzieren Sie die Regressionsgerade in einem t - v -Diagramm, und tragen Sie zusätzlich die Meßpunkte ein. [2]
- d) Berechnen Sie die empirischen Standardabweichungen s_t, s_v und die empirische Restvarianz s_{Rest}^2 . [3]

Zeit: 90 Minuten, **Unterlagen & Hilfsmittel:** alles zugelassen außer Handys und PCs