Klausur

1. *Ungleichungen*. Geben Sie die Lösungsmengen folgender Ungleichungen an ($x \in \mathbb{R}$):

   a) $\dfrac{2x+8}{2x-8} > -1$ [**3**]

   b) $\dfrac{2x^2-32}{x+4} \leq 0$ [**3**]

   c) $|x+3| - |x-4| > 1$ [**4**]

2. *Komplexe Zahlen*.

   a) Seien $z_1 = 2 + \mathrm{j}$ und $z_2 = 1 - \mathrm{j}$. Geben Sie z_1 und z_2 in exponentieller Form an, und berechnen Sie z_1^*, z_2^*, $z_1 z_2$, $z_1 z_1^*$ und z_1/z_2! [**4**]

   b) Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen von $z^2 + 5 = 4z$! [**3**]

   c) Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen von $z^3 = 64$! [**3**]

3. *Lineare Gleichungssysteme*. Für welche Werte des komplexen Parameters α hat das folgende System eine nichttriviale Lösung? [**10**]

$$\begin{array}{ccccccc} \alpha x & + & 2y & + & 2z & = & 0 \\ 2x & + & \alpha y & + & 2z & = & 0 \\ 2x & + & 2y & + & \alpha z & = & 0 \end{array}$$

4. *Lineare Algebra*. Gegeben seien die Vektoren

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_4 = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

   a) Zeigen Sie, daß das System $\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4\}$ linear unabhängig ist! [**5**]

   b) Stellen Sie den Vektor $\mathbf{b}$ als Linearkombination von $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_3$, $\mathbf{a}_4$ dar! [**5**]

5. *Analytische Geometrie*. Eine Ebene E verlaufe durch die Punkte $P_0 = (1, 1, 0)$, $P_1 = (0, 3, -1)$ und $P_2 = (-1, 1, 1)$.

   a) Bestimmen Sie die HESSEsche Normalform von E! [**5**]

   b) Berechnen Sie den Abstand des Punktes $P_3 = (1, 2, 3)$ von der Ebene E! [**5**]

Zeit: 90 Minuten
Unterlagen & Hilfsmittel: alles zugelassen außer Handys und PCs