

Serie 01

1. *Logik.* Betrachtet sei folgender Satz der Analysis: „Jede monotone und beschränkte Folge reeller Zahlen ist konvergent.“

- Zerlegen Sie den Satz in Teilaussagen A , B und C über eine allgemeine Folge reeller Zahlen $\{x_n\}$.
- Geben Sie die logische Struktur des Satzes unter Verwendung der Variablen A , B und C in formaler Form an.
- Wie lautet die Kontraposition des Satzes formal, und wie lautet sie sprachlich?
- Geben Sie die Umkehrung des Satzes formal und sprachlich an.
- Geben Sie die Wahrheitswerte des Satzes, seiner Kontraposition und seiner Umkehrung an!

2. *Funktionen.* Gegeben seien die Mengen A , B mit $A = \mathbb{R}$ und $B = \mathbb{R}$ (\mathbb{R} sei die Menge der reellen Zahlen). Vermöge der Gleichung $b = 10^a$ seien gewissen $a \in A$ gewisse $b \in B$ zugeordnet.

- Geben Sie einen sinnvollen Definitionsbereich D für die Abbildung an.
- Geben Sie den zugehörigen Wertebereich W an.
- Ist die derart definierte Abbildung eindeutig, also eine Funktion?
- Wenn ja, ist diese Funktion eineindeutig und somit umkehrbar?
- Wenn ja, geben Sie eine Vorschrift (Gleichung) für die zugehörige Umkehrfunktion sowie ihren Definitions- und Wertebereich an.

3. *Ungleichungen.* Beweisen Sie mit Hilfe der Grundgesetze (Axiome) der Anordnung reeller Zahlen folgende Sätze für die reellen Zahlen a , b und c :

- $c < 0 \iff -c > 0$
- $a < b \wedge c < 0 \implies ac > bc$

Formulieren Sie Satz 3b sprachlich, und geben Sie seine formale (d.h. formelmäßige) Kontraposition an! (Negationen sind weitestmöglich aufzulösen.)

4. *Ungleichungen.* Bestimmen Sie die Lösungsmenge L der von der reellen Variablen x abhängigen Aussageform:

$$2 + \frac{4-x}{2x-5} < 3. \quad (1)$$

5. *Potenzgleichungen.* Bestimmen Sie die Lösungsmengen folgender von der reellen Veränderlichen x abhängigen Aussageformen:

$$2x^2 - 4 = 0, \quad (2)$$

$$3x^2 - 3x - 6 = 0, \quad (3)$$

$$4\pi^x - 1 = 0, \quad (4)$$

$$\pi^x + 2 = 0. \quad (5)$$