

Serie 03

1. *Ungleichungen.* Für welche reellen Zahlen x gilt

$$x^2 - 3 > 2|x|, \quad (1)$$

$$\frac{|x| + 1}{|x + 1|} > |x|, \quad (2)$$

$$\frac{x^2 + 5x + 6}{x + 2} \leq 1, \quad (3)$$

$$|x + 3| - |x - 1| > 1? \quad (4)$$

Lösungen: $\mathbb{R} \setminus [-3, 3]; (-1 - \sqrt{2}, 1) \setminus \{-1\}; (-\infty, -2]; (-1/2, \infty)$

2. *Determinanten.* Warum verschwindet die folgende Determinante?

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 & -6 \\ -3 & -6 & -7 & 9 \\ 7 & 14 & 4 & -21 \\ -9 & -16 & 3 & 27 \end{vmatrix} \quad (5)$$

3. *Lineare Gleichungssysteme.* Man löse nach der CRAMERSchen Regel

$$\begin{aligned} 3x - 5y + z &= 1 \\ 2x + y - 2z &= 3 \\ x - 4y + 3z &= -1 \end{aligned} \quad (6)$$

Lösung: $x = 19/16, y = 1/2, z = -1/16$

4. *Lineare Gleichungssysteme.* Für welche $\lambda \in \mathbb{R}$ ist das folgende System lösbar?

$$\begin{aligned} x - 2y + 3z &= 1 \\ 2x + \lambda y + 6z &= 6 \\ -x + 3y + (\lambda - 3)z &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Lösung: $\lambda \neq -4$

5. *Lineare Gleichungssysteme.* Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der Systeme

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 &= 12 \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 &= -1, \\ 4x_1 + 2x_2 - 4x_3 &= 8 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 &= 10 \\ 3x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 2x_4 &= -3 \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 &= 1 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 &= -1 \end{aligned} \quad (9)$$

Lösungen: $x_2 = -2, x_1 = x_3 + 3; x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$