Serie 06

1. *Lineare Räume*. Sind die folgenden Vektoren linear abhängig?

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{1}$$

2. *Lineare Gleichungssysteme*. Ermitteln Sie die allgemeine Lösung von

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcrcr} x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & + & x_4 & - & x_5 & + & x_6 & = & 1 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & - & 2x_4 & + & x_5 & - & x_6 & = & 4 \\ x_1 & - & x_2 & - & x_3 & - & x_4 & - & x_5 & + & x_6 & = & -2 \\ 3x_1 & - & x_2 & + & 3x_3 & - & 2x_4 & - & x_5 & + & x_6 & = & 3 \end{array} \tag{2}$$

   in der Form $\mathbf{x} = \mathbf{x}_\mathrm{p} + \mathbf{x}_\mathrm{H}$!

3. *Matrizenmultiplikation*. Man verifiziere $\det(A \cdot B) = \det(A)\det(B)$ anhand der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ -6 & 5 & -9 \\ -3 & 6 & -5 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

4. *Matrizenmultiplikation*. Man verifiziere $(A \cdot B)^\mathrm{T} = B^\mathrm{T} \cdot A^\mathrm{T}$ anhand der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}. \tag{4}$$

5. *Matrizen*. Berechnen Sie die Inverse von

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}. \tag{5}$$

6. *Analytische Geometrie*. In der Ebene verlaufe eine Gerade g durch die Punkte $(0; 1)$ und $(1; 2)$. Geben Sie die Gleichung der Geraden in Parameterform an!