

## Klausur

1. *Kombinatorik.* Zwei 50-Cent-, drei 20-Cent- und zehn 10-Cent-Stücke werden mit der Zahl nach oben nebeneinander aufgereiht. Wieviel verschiedene Muster können entstehen? [10]
2. *Wahrscheinlichkeitsrechnung.* Beim dreimaligen Wurf einer homogenen Münze sind folgende acht gleichwahrscheinlichen Elementarereignisse möglich (K=Kopf, Z=Zahl): KKK, KKZ, KZK, KZZ, ZKK, ZKZ, ZZK, ZZZ. Drei Zufallsvariablen  $X$ ,  $Y$  und  $Z$  seien wie folgt definiert:

$X$  = „Anzahl der K bei den ersten beiden Würfeln“

$Y$  = „Anzahl der Z bei allen drei Würfeln“

$Z$  =  $X \cdot Y$

- a) Geben Sie die möglichen Werte  $x_i$  für  $X$ ,  $y_j$  für  $Y$  und  $z_k$  für  $Z$  an. [2]
  - b) Bestimmen Sie für alle Werte von  $X$  und  $Y$  die Wahrscheinlichkeiten  $p_{ij} = P(X = x_i, Y = y_j)$ , die Randwahrscheinlichkeiten  $p_{i.} = P(X = x_i)$ ,  $p_{.j} = P(Y = y_j)$ , und stellen Sie eine Verteilungstabelle auf. [2]
  - c) Bestimmen Sie für alle Werte von  $Z$  die Wahrscheinlichkeiten  $p_k = P(Z = z_k)$ . [2]
  - d) Berechnen Sie die Erwartungswerte  $\mu_X, \mu_Y, \mu_Z$  und die Varianzen  $\sigma_X^2, \sigma_Y^2, \sigma_Z^2$ . [2]
  - e) Berechnen Sie die Kovarianz  $\sigma_{XY}$  und den Korrelationskoeffizienten  $\rho_{XY}$ . [2]
3. *Wahrscheinlichkeitsrechnung.* Die Ergebnisse einer Längenmessung seien normalverteilt mit den Parametern  $\mu = 10$  cm und  $\sigma = 1.5$  cm. Geben Sie die Wahrscheinlichkeiten dafür an, daß ein Meßwert
    - a) genau 10 cm beträgt, [2]
    - b) zwischen 9 cm und 12 cm liegt, [2]
    - c) kleiner als 7 cm bzw. [2]
    - d) größer als 8 cm ausfällt. [2]

Berechnen Sie ferner jene Länge  $l$ , die mit einer Wahrscheinlichkeit von 10% unterschritten wird. [2]

4. *Lineare Regression.* Eine Telefonrechnung setze sich aus zwei Beträgen zusammen: Einem monatlichen Festbetrag und einem variablen Betrag, der der Anzahl der verbrauchten Einheiten proportional ist. Von vier Monaten sind die Gesamtbeträge  $y_i$  und die verbrauchten Einheiten  $x_i$  bekannt: September 52,26 € für 975 Einheiten, Oktober 65,12 € für 1287 Einheiten, November 56,78 € für 1056 Einheiten und Dezember 74,94 € für 1558 Einheiten.

- a) Berechnen Sie die Werte  $\bar{x}, \bar{y}, \sum_{i=1}^4 x_i^2, \sum_{i=1}^4 y_i^2$  und  $\sum_{i=1}^4 x_i y_i$ . [3]
- b) Berechnen Sie den Regressionskoeffizienten, und geben Sie die Gleichung der Regressionsgeraden an. [2]
- c) Skizzieren Sie die Regressionsgerade in einem  $x$ - $y$ -Diagramm, und tragen Sie zusätzlich die oben genannten Rechnungsdaten ein. [2]
- d) Berechnen Sie die empirischen Standardabweichungen  $s_x, s_y$  und die empirische Restvarianz  $s_{\text{Rest}}^2$ . [3]

**Zeit:** 90 Minuten, **Unterlagen & Hilfsmittel:** alles zugelassen außer Handys und PCs