Serie 02

1. *Diskrete Zufallsgrößen.* Für den gleichzeitigen Wurf zweier Würfel sei eine Zufallsvariable X als Augensumme beider Würfel definiert.

- Welche Werte x_i kann die Variable X annehmen, und wie lauten die zugehörigen Einzelwahrscheinlichkeiten p_i ? Stellen Sie eine Verteilungstabelle auf.
- Skizzieren Sie zugehörige Wahrscheinlichkeitsfunktion $f(x)$ und die Verteilungsfunktion $F(x)$.

2. *Stetige Zufallsgrößen.* Die Dichtefunktion der Exponentialverteilung lautet

$$f(x) = \begin{cases} 0 & : x < 0 \\ ce^{-\lambda x} & : x \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

Bekanntlich besitzen alle Verteilungsfunktionen die Eigenschaft

$$\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1. \quad (2)$$

Bestimmen Sie daraus den Wert der Konstanten c aus Gleichung (1)!

3. *Diskrete Zufallsgrößen.* Ist X eine diskrete Zufallsgröße, die n verschiedene Werte x_i mit den Einzelwahrscheinlichkeiten $p_i = P(X = x_i) = f(x_i)$ annehmen kann, so nennt man

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i f(x_i) \quad (3)$$

den **Erwartungswert** von X ,

$$D^2(X) = E[(X - E(X))^2] \quad (4)$$

(also den Erwartungswert des Quadrats der Abweichung von X von ihrem Erwartungswert) die **Varianz** (auch Dispersion) von X und

$$D(X) = \sqrt{D^2(X)} \quad (5)$$

die **Standardabweichung** von X .

Berechnen Sie Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung der als Augenzahl beim Wurf mit einem einzelnen Würfel definierten Zufallsvariablen X !

4. *Stetige Zufallsgrößen.* Ist X eine stetige Zufallsgröße mit der Dichtefunktion $f(x)$, so nennt man

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (6)$$

den **Erwartungswert** von X . **Varianz** und **Standardabweichung** sind – wie bei diskreten Zufallsgrößen – gemäß (4) und (5) definiert.

Berechnen Sie Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung einer exponentialverteilten Zufallsvariablen!