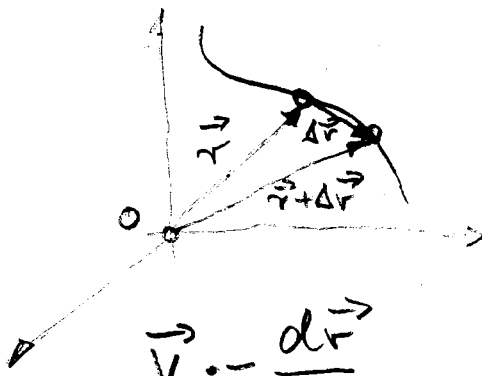


§ Vektorielle Kinematik

7.10.2023
QD32



$\vec{r}(t)$ reguläre Kurve

t - Zeit

$$\vec{v} := \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{a} := \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

$$v := |\vec{v}|$$

$$s := \int_{t_0}^t \left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right| dt = \int_{t_0}^t v dt \Rightarrow \frac{ds}{dt} = v$$

Tangentenvektor $\vec{T} := \frac{d\vec{r}}{ds} = \frac{d\vec{r}}{dt} \frac{dt}{ds} = \vec{v}/v$

$$\vec{T} \cdot \vec{T} = 1 \quad | d/ds$$

$$2\vec{T} \cdot \frac{d\vec{T}}{ds} = 0$$

$$\vec{T} \cdot \vec{K} = 0$$

Krümmungsvektor $\vec{K} := \frac{d\vec{T}}{ds} = \frac{d^2\vec{r}}{ds^2}$

$$\kappa := |\vec{K}| \quad \text{Krümmung}$$

Normalen einheitsvektor $\vec{N} := \frac{\vec{K}}{\kappa} = \frac{1}{\kappa} \frac{d^2\vec{r}}{ds^2} \quad \vec{T} \cdot \vec{N} = 0$

Zerlegung der Beschleunigung nach \vec{T} und \vec{N}

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(v\vec{T}) = \frac{dv}{dt}\vec{T} + v \frac{d\vec{T}}{dt} =$$

$$= \frac{dv}{dt}\vec{T} + v^2 \frac{d\vec{T}}{ds} = \frac{dv}{dt}\vec{T} + v^2 \vec{K}$$

$$\vec{a} = \dot{v}\vec{T} + \kappa v^2 \vec{N}$$

$$! \quad \dot{v} \neq |\dot{\vec{a}}|$$

↳ Normalbeschleunigung
↳ Tangentialbeschleunigung